

Quadratische Gleichung

Die quadratische Gleichung

$$ax^2 + bx + c = 0$$

hat die beiden Lösungen:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

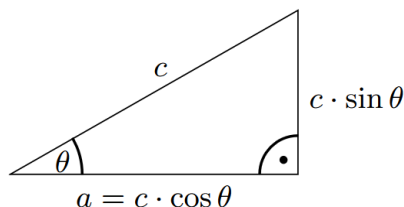
Falls der Ausdruck unter der Wurzel ($b^2 - 4ac$) positiv ist, gibt es zwei verschiedene reelle Lösungen; falls dieser Ausdruck null ist, gibt es genau eine Lösung; und falls er negativ ist, sind $x_{1,2}$ komplexe Zahlen.

Volumen und Oberflächen

Körper	Volumen V	Oberfläche A
Kreis	Fläche: πr^2	Umfang: $2\pi r$
Kugel	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$4\pi r^2$
Zylinder	$\pi r^2 h$	$2\pi r(r + h)$
Kegel	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$\pi r(r + s), \quad s = \sqrt{r^2 + h^2}$
Quader	$a \cdot b \cdot c$	$2(ab + ac + bc)$
Spat	$ \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) $	–

Wobei r der Radius, h die Höhe und a, b, c die Kantenlängen der entsprechenden Objekte sind. Ein „Spat“ ist ein deformierter Quader, aufgespannt durch die Vektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$.

Trigonometrie



- Satz von Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$ bzw.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1.$$

- Tangens: $\tan \theta := \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$.
- Additionstheoreme:

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b,$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b,$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}.$$

- Doppelwinkel:

$$\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta,$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta,$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}.$$

- Quadratische Ausdrücke:

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2},$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}.$$

Vektoralgebra in 3D

Seien $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ und $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ Vektoren.

- Skalarprodukt:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta.$$

- Kreuzprodukt:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}.$$

- Eigenschaften:

- $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ steht senkrecht auf $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$.
- $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$.
- $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$.

Logarithmen und Exponentialfunktionen

- Zehner-Logarithmus: $\log(10^x) = x$, $10^{\log(x)} = x$.
- Natürlicher Logarithmus: $\ln(e^x) = x$, $e^{\ln(x)} = x$.
- Eigenschaften:

$$\log(xy) = \log(x) + \log(y),$$

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y),$$

$$\log(x^k) = k \cdot \log(x).$$

Ableitungen und Integrale

Ableitungen

- $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$.
- $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$.
- $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$.
- $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$.
- Produktregel:

$$\frac{d}{dx}(uv) = u'v + uv'.$$

- Quotientenregel:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

- Kettenregel:

$$\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x).$$

Integrale

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1).$
- $\int e^x dx = e^x + C.$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$