

### 1. Magnetisierung von Wasser \*

Betrachte ein Material mit  $N$  Kernen pro Einheitsvolumen in einem Magnetfeld  $B$  (in die  $z$ -Richtung). Die Kerne haben Spin  $1/2$  und jeder Kern  $i$  habe ein magnetisches Moment  $\vec{m}_i$ . Die makroskopische Magnetisierung  $\vec{M}$  ist gegeben durch die Summe der magnetischen Momente  $\vec{m}_i$  pro Volumen. Die makroskopische Magnetisierung in die  $z$ -Richtung ist dann  $M_z = N\langle m_z \rangle$ , wobei  $\langle m_z \rangle$  dem statistischen Erwartungswert (Boltzmann) der  $z$ -Komponente des magnetischen Moment eines Kernes entspricht.

- Berechne  $M_z$ , und mache eine Skizze von  $M_z$  als Funktion von  $mB/k_B T$ . Vereinfache das Resultat für  $mB/k_B T \ll 1$ , wobei  $|m| = \gamma_{Kern} \hbar/2$ .
- In  $H_2O$  gibt es 2 Wasserstoffatome mit Spin  $1/2$  (der Kernspin des Sauerstoffatoms ist null). Berechne die Magnetisierung von 1,0 l Wasser bei  $B = 7,0$  T. Wie gross ist  $(N_+ - N_-)/N$ , wobei  $N_+$  und  $N_-$  die Anzahl Kerne mit Spin up bzw. down bezeichnen? ( $T = 300$  K, gyromagnetisches Verhältnis des Protons  $\gamma_{Proton}/2\pi = 42.577$  MHz/T.)
- Vergleiche die Antwort in (b) mit der Magnetisierung eines  $dm^3$  Eisen bei grossem Feld (7,0 T). Bei Sättigung hat Eisen ein magnetisches Moment  $m = 2.2\mu_B/\text{Atom}$ . ( $\rho_{Fe} = 7,86 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,  $M_{mol} = 56$  g/mol,  $\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24}$  Am<sup>2</sup>.)

### 2. Magnetisierung von Wasser: Experiment

Nehmen wir eine Probe mit 1 g Wasser, in der Nähe einer Feldspule. Das Feld ist  $B_z = 1,8$  T, die Gradient  $dB_z/dz = 17$  T/m. Es wirkt eine Kraft  $F_z = -2,2 \cdot 10^{-4}$  N auf die Probe. Was ist die (dia)magnetische Suszeptibilität von Wasser?

### 3. Spintemperatur

Gegeben sind  $N$  Wasserstoffatome. Sei  $N_+$  die Anzahl Atome mit Spin up (tiefenergetischer Zustand), und  $N_-$  die Anzahl Atome mit Spin down (hochenergetischer Zustand). Es gelte zudem,  $N_- + N_+ = N$ . Dann folgt:

$$\frac{N_-}{N_+} = \exp\left(\frac{-2mB}{k_B T}\right). \quad (1)$$

Wir führen nun ein Raumtemperaturexperiment durch, also  $T = 300$  K.

- (a) Zum Zeitpunkt  $t = 0$  fahren wir das Feld  $B$  instantan von 0 nach  $B_1 = 1.5$  T hoch. Für  $\lim_{t \rightarrow 0^+}$  gilt dann  $B = B_1$ , aber noch immer  $N_- = N_+$ , d.h. wir sind nicht im thermischen Gleichgewicht, sondern das Verhältnis  $\frac{N_-}{N_+}$  entspricht einer anderen Temperatur die wir Spintemperatur  $T_S$  nennen. Welcher Spintemperatur  $T_S$  entspricht diese Situation?
- (b) Was passiert mit der Spintemperatur  $T_S(t)$  nach dem einschalten des Magnetfeldes?
- (c) Wir warten lange (gehen Kaffee trinken oder das nächste Übungsblatt lösen) und fahren dann das Feld nach  $B_2 = B_1/100 = 15$  mT herunter. Berechne damit die Spintemperatur.