

Bemerkung

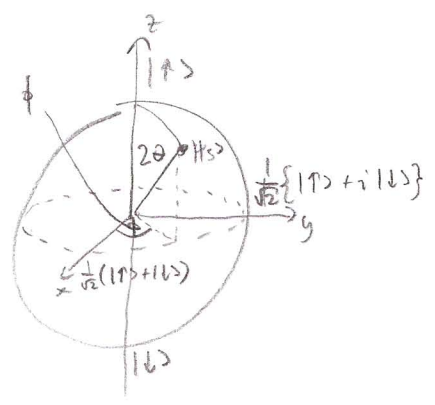
Eigenzustände von  $\hat{S}_x$ :  $\sigma_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$|\psi_{S_x}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle \} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \sigma_x |\psi_{S_x}\rangle = |\psi_{S_x}\rangle$

d.h.  $|\psi_{S_x}\rangle$  hat Spin in x-Richtung

analog  $\sigma_y$ :  $|\psi_{S_y}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + i|\downarrow\rangle) = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$   $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$

$\rightarrow \sigma_y |\psi_{S_y}\rangle = |\psi_{S_y}\rangle$



$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$   
 $0 \leq \phi < 2\pi$

"Bloch Sphäre": eindeutige Abbildung aller möglichen Spin-Zustände  $|\psi\rangle = e^{i\alpha} \{ \cos\theta |\uparrow\rangle + e^{i\phi} \sin\theta |\downarrow\rangle \}$  auf die Einheitskugel (isomorphismus, 1:1 mapping)

(allg. Zustand  $|\psi\rangle = (a+ib)|\uparrow\rangle + (c+id)|\downarrow\rangle$  4 reelle Freiheitsgrade

Normierung  $\langle\psi|\psi\rangle = 1$  - 1 Freiheitsgrad

"overall phase"  $\rightarrow$  nicht wichtig - 1 Freiheitsgrad

bleiben übrig: zwei Winkel  $\theta, \phi$ )

$\theta$ : longitudinaler Freiheitsgrad ( $\|\vec{B}\|(\tau) \rightarrow T_1$ )

$\phi$  ind. phase zwischen  $|\uparrow\rangle$  und  $|\downarrow\rangle$ , wichtig für Interferenz

transversaler Freiheitsgrad  $\rightarrow T_2$  dekohärenz (Verlust Interferenz)

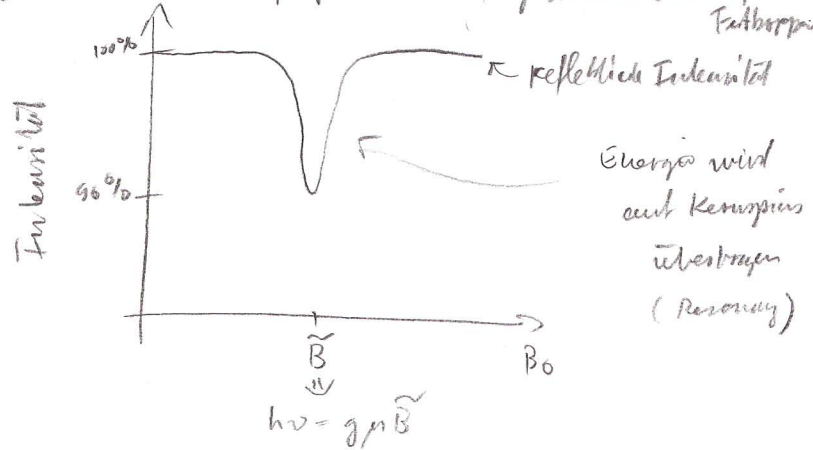
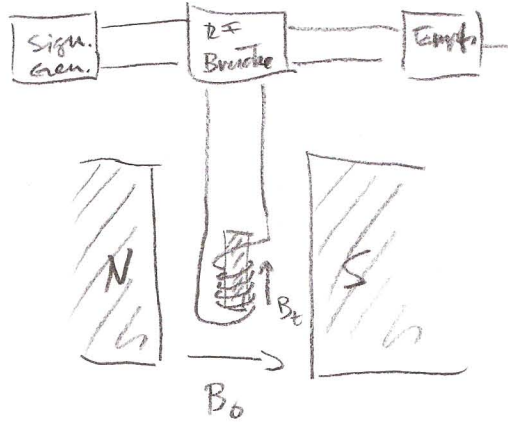
für alle Relaxations Prozesse ( $|\uparrow\rangle \leftrightarrow |\downarrow\rangle$ ) gilt: <sup>zwei</sup> <sup>invar.</sup> <sup>F.</sup>  $\phi$  zwischen  $|\uparrow\rangle$  und  $|\downarrow\rangle$

$\rightarrow T_1$  obere Schranke für  $T_2$  ( $T_2 \leq 2T_1$ ) oft:  $T_2 \ll T_1$

z.B.  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$   $\xrightarrow[\text{Relaxation}]{|\downarrow\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle}$   $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle$  um  $\phi$  nicht def.  $\rightarrow$  verloren  
↑ phase  $\phi = 0$  (ohne Beweis) kann beliebige Werte annehmen

Spin 1/2: Rotation um  $360^\circ \rightarrow |\psi\rangle \rightarrow -|\psi\rangle$   
 Rot. um  $720^\circ \rightarrow |\psi\rangle \rightarrow |\psi\rangle$  FERMION!

Praxis Kernspin: unabhängig wandelbares + veränderliche Bewegung Kern  $\rightarrow$  Resonanz anwendbar auf Flüssigkristalle



Kernspin: magnetisches Moment  $\mu_I = g_I \mu_K I$

$\vec{I}$ : Drehimpuls / Spin Kern

$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)} \hbar$$

$$m_I = I, I-1, \dots, -I$$

$g_I$ : g-Faktor

$$\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

$$\frac{\mu_B}{\mu_K} \approx 1836 \approx \frac{m_p}{m_e} \left( \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \right)$$

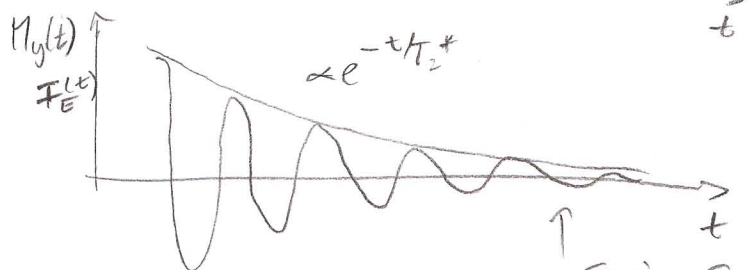
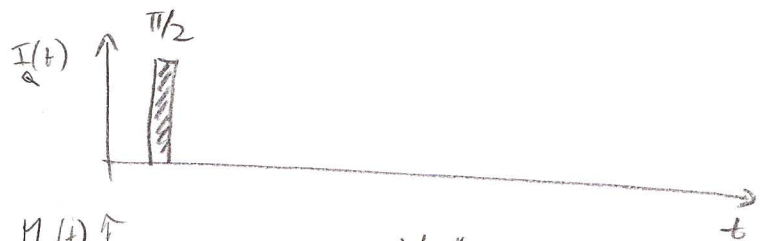
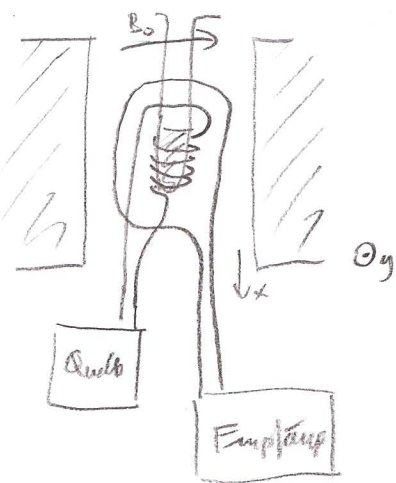
Energie im Feld  $V = -\mu_I B_0 = -g_I \mu_K m_I B_0$

( $g_p = 5.58$  proton  
 $g_n = -3.82$  neutron)

(alles analog Elektron, aber  $\mu_B \rightarrow \mu_K$ )

Resonanz:  $h\nu = g_I \mu_K B_0 \rightarrow \nu \sim 42.5 \text{ MHz}$  für Proton,  $B=1\text{T}$   
( $\hbar = 7m, \Delta E \sim 2 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$ )

Induktions Messungen



Freier Induktions Zerfall

# 15.4 Spin Echo

