

1. Vier-Niveau Laser *

In dieser Aufgabe betrachten wir einen Nd:YAG-Laser als Beispiel für einen Vier-Niveau-Laser. Der Nd:YAG-Laser ist ein Festkörperlaser bei dem ein mit Nd (Neodyn) dotierter YAG (Yttrium-Aluminium-Granat)-Kristall als aktives Medium verwendet wird und der infrarote Strahlung der Wellenlänge $\lambda_0 = 1064nm$ emittiert. Abbildung 1 zeigt das Energieniveaudiagramm

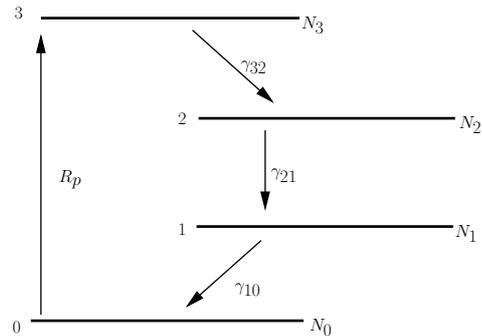


Abbildung 1: Energieniveaudiagramm für Nd:YAG für den Nd:YAG. Die beim Übergang $2 \rightarrow 1$ ausgesendeten Photonen gelangen in den Resonator der eine Reflexionsrate von $T_R = 99\%$ aufweist. Die Intensität der Strahlung im Medium ist durch $I = cnh\nu_0/V_{Laser}$ gegeben (c Lichtgeschwindigkeit, n Anzahl Photonen im Resonator, $V_{Laser} = 5mm^3$ Volumen des Lasers). Daraus ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für die stimulierte Emission zu $W_{stim} = \sigma I/h\nu_0$, wobei der Wirkungsquerschnitt σ für die stimulierte Emission $2 \rightarrow 1$ durch $\sigma = 6,5 \cdot 10^{-19}cm^2$ gegeben ist.

- (a) Stelle Ratengleichungen für das Vier-Niveausystem auf, d.h. Differentialgleichungen für die Besetzungszahlen N_i . Zum Beispiel gilt für N_2 : $dN_2/dt = -\gamma_{21}N_2 + \gamma_{32}N_3 - W_{stim}(N_2 - N_1)$. Wir nehmen dabei an, dass N_0 immer so gross ist, dass die Anzahl gepumpter Photonen gerade durch R_p gegeben ist.
- (b) Stelle eine Ratengleichung für n auf (die Rate für Verluste im Resonator ist $\gamma_c = (1 - T_R)/T_R$ und die Rate für spontane Emission $K = \sigma c/V_{Laser}$)
- (c) Leite aus den vier Ratengleichungen für die Besetzungszahlen N_i eine Gleichung für die Differenz $N_2 - N_1$ her, unter der Annahme das $dN_3/dt = dN_1/dt = 0$.

Vernachlässige im Folgenden die Spontanemission.

- (d) Wie gross muss die Pumprate R_p sein, um die Laserschwelle ($dn/dt = 0$) zu erreichen (an der Laserschwelle gilt $(N_2 - N_1)\gamma_{21} = R_p$)? Numerischer Wert: setze $\gamma_{21} = 1/250\mu s$, $\gamma_c = 3MHz$ und $V_{Laser} = 5 \cdot 10^{-9}m^3$.

- (e) Welche Pumpleistung ist für die Pumprate an der Laserschwelle erforderlich (unter der Annahme, dass jedes absorbierte Pumpphoton zu einem Übergang $0 \rightarrow 3$ führt)?

2. Vergleich eines Lasers und einer Glühlampe

Ein Laser zeichnet sich dadurch aus, dass er einen hohen Photonenfluss ϕ (Zahl der Photonen, die pro Zeiteinheit eine Fläche durchqueren) in einem engen Frequenzbereich und in einem kleinen Raumwinkel emittiert. Wir wollen eine Glühlampe (schwarzer Strahler) mit einem He-Ne (Helium-Neon) Laser vergleichen, der rotes Licht mit einer Wellenlänge von $\lambda = 632,8nm$ in einem Spektralbereich der Breite $\delta\nu = 1,5GHz$ emittiert. Die Intensität beträgt $I = 5mW/mm^2$ auf der Fläche, durch die das Licht aus dem Laser austritt. Der Laser strahlt in einen Raumwinkel $\delta\Omega = 10^{-4}sr$.

- (a) Wie gross ist der Photonenfluss ϕ durch die Fläche, durch die das Licht aus dem Laser austritt?
- (b) Wie gross ist der Spitzenwert des elektrischen Feldes in V/m auf der Fläche, durch die das Licht aus dem Laser austritt (unter der Annahme, dass die Fläche homogen ausgeleuchtet wird)?
- (c) Vergleiche das Resultat aus (b) mit dem elektrischen Feld welches ein Elektron im Feld des Wasserstoffkernes erfährt (in Entfernung von einem Bohrradius).
- (d) Wie gross ist der Photonenfluss einer Glühlampe mit der Temperatur $T = 1500K$ in einem Spektralbereich der Breite $\delta\nu = 1,5GHz$ um $\lambda = 632,8nm$, der in einem Raumwinkel $\delta\Omega = 10^{-4}sr$ emittiert wird?
- (e) Welche Temperatur müsste die Glühlampe haben, damit ihr Photonenfluss gleich dem Photonenfluss des He-Ne Lasers ist?

3. Dopplerverbreiterung

Wie betrachten die Dopplerverbreiterung einer Spektrallinie. Die Anzahl der Gasatome mit Masse m , deren Geschwindigkeit v in Richtung der emittierten Lichtwelle im Intervall $[v, v + dv]$ liegt, ist gemäss der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung gegeben durch

$$n(v)dv = N \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv. \quad (1)$$

- (a) Leite die Form der Dopplerverbreiterten Spektrallinie her und bestimme die volle Halbwertsbreite (FWHM = Full Width at Half Maximum) eines solchen optischen Überganges (es darf $v \ll c$ angenommen werden).
- (b) Wie gross ist die Doppler-FWHM des Schwingungs-Rotations-Übergangs des CO_2 -Moleküls ($\lambda = 10\mu m$) und der gelben Na-Linie ($\lambda = 589nm$) bei $20^\circ C$?